

京都・顕真学苑論文集  
(副題：カルナップと幾何学とに基づく数理哲学)  
*Kyoto-Kenshingakuen Collected Papers*  
*The Mathematical Philosophy Based on Carnap and Geometry*

序論

Introduction

京都・顕真学苑副幹 (顕真)  
the subeditor at Kyoto-Kenshingakuen (Kenshin)

京都・顕真学苑論文集 (副題：カルナップと幾何学とに基づく数理哲学) を構成する六通の論文すべてに共通する目的とは、第一に幾何学とカルナップの哲学とを融合すること、第二に相反するものを統一すること、第三に空間と円環とを転換すること、第四に有限に無限を包摂すること、である。本論文のために、訳本のない文献ばかり、ドイツ語文献十五部、フランス語文献十三部、英語文献八十五部と、多数の数学書とを、長年に亘り熟読した。

カルナップの哲学の本格的な研究は日本では皆無であると言われている。プラトンのアカデメイアの時代から、幾何学は哲学と共にあり、またカルナップの哲学と幾何学とは、深い関わりがあるため、私はこのカルナップの哲学と現代幾何学との融合を、何としても成し遂げたいと強く願い、一人独学で論文六通を完成した。私が調べた限りにおいては、カルナップの哲学と現代幾何学との融合は、世界的にも初めての試みである。

論文『言語の論理的構文論』における無限と構成主義においては、従来より有限の段階で構成できる確実な概念とされていた分析性の概念が、二つの点にて無限性を秘めていることを、不動点定理等を用いて、立証する。そしてその立証の際に、次の様な無限に続く論理的文Aを、初めて構成する。

A : … 「「「論理的文Aは分析的ではない」は分析的ではない」は分析的ではない」は分析的ではない」…

実は、この無限に続く論理的文Aは、分析的であるならば、分析的ではなく、分析的ではないならば、分析的である、となる。無限に続く論理的文Aは、非可述的定義による文であるので、自身の中に無限である自身を含み、個と全体とが自己同一化している。相反するものの論理的統一、無限を包摂する有限、「無分別の分別」を真に的確に表現する論理的文として、ここにAを初めて構成する。本論文においては、分析性の概念が二通りに無限を包摂するという事実を、二つの無限に続く論理的文を構成することによって、初めて示す。分析性と実

無限とは、極めて近い概念であると私は考える。カルナップは、数の存在の問題を、言語的形式の問題に還元しているが、そうしながらも、言語的枠組みを超えた無限の存在を、この書物にそっと忍び込ませたかの如くである。無限の列の同心円的言語領域において、分析性の概念の定義は、構文論の極限にある。また本論文は、有限の手段を一つ一つ積み重ねる構成主義の方法と無限性が矛盾しないことを、ゲーデルの構成可能集合の域を根拠に示す。但し、たとえ無限が構成可能であるとしても、無限の構成が、人間の理解可能な容量に収まるとは限らない。記述可能性と理解可能性には、間隙があるからである。

論文「カルナップの空間論における曲面の幾何学——三種の立証」に関して。カルナップは1922年に出版された『空間』(*Der Raum: Ein Beitrag zur Wissenschaftslehre*)にて、通常度量規定(Maßsetzung)  $M_1$  においては曲面である地球が、度量規定を  $M_S$  に変更すると平面になる、と主張する。『空間』(*Der Raum*) はドイツ語版のみが存在し、英訳はない。この『空間』の主張の整合性を、正面から論じ、立証した研究は、私の見る限り、これまでにはない。論文「カルナップの空間論における曲面の幾何学——三種の立証」は、このカルナップの空間論の論旨の整合性を、三通りの方法で、初めて立証するものである。度量規定の変更により、空間が曲面から平面に転換することを、三回に亘って立証する論文である。

第一の立証においては、ライヘンバッハの「普遍的力」により位置と方位によって関数的に変化する距離基準を応用する。(距離が位置と方位によって関数的に変化するの是一見奇妙に思われるが、グリュンバウムも、物理的空間は連続的であり、連続的空間における任意の二点間の点の集合の基数は同一であるから、二点間の距離はその間の点の数によっては定義できず、計量特性は連続的空間に対して本質的ではないと主張して、測定基準の規約性を暗示している。) 第二の立証においては、シュレーディンガーの文献中のド・ジッター宇宙のルメートル・ロバートソン座標による座標変換を用いると、同時的空間は平坦かつ無限となる。度量規定の変更を座標規定の変更と解釈しても、カルナップの規約主義は一般性を失わないからである。第三の立証においては、「空間が曲がっていること」を、ガウス曲率の意味にではなく、全測地的ではないという意味に解釈すると、度量規定の変更を共形変換と見なすことにより、地球の表面は全測地的、即ち平坦になる。この三つの立証を、初めて提示する。古代の金言を用いるならば、度量規定の変更、つまり言語の枠組みを変えるという一心の作により、空間が曲面から平面に、ただ心によりて転ぜらるる、ということの、三種の立証である。

論文「カルナップの時空論における函手概念——層理論による三段の解釈」にて取り上げる函手概念は、動と、動の上に現れる静の、二面性を示す概念、

言うなれば、動を内に秘める静、相反するものの統一である。本論文のために、ドイツ語文献七部、フランス語文献八部、英語文献八部、訳本のない文献ばかりを、長い年月をかけて熟読した。

カルナップが世界構築のために作った形式的言語体系の特質の一つは、函手 (Funktor) 概念の導入にあると私は考える。函手概念に注目し、カルナップの時空論における函手と層 (sheaf) 理論における函手との繋がりを論じる研究は、私の見る限り、これまでにはない。しかし本論文は、カルナップの導入した函手概念が、本人の意図していた以上の遙かな拡がりを持っているということ、彼の二種の文献における時空体系の殆どすべての概念が、多様体上の層の函手概念と、層・圏・トポスを用いる層意味論の函手概念によって、二通り、厳密には三段重ねに表現できるということ、を初めて示すものである。第一の解釈は、カルナップの時空体系を、先ず多様体上の座標近傍と同相写像によるその張り合わせ、つまり座標変換という微分幾何学の概念によって解釈し、更に層の制限と照合という代数幾何学の概念によって解釈するという、二段重ねの解釈によるもので、これに層・圏・トポスによる第二の解釈を加えて、合計三段重ねの解釈となるのである。

カルナップの函手概念は、集合論における写像概念では正確には捉えきれない概念である。例えば  $2 + 2 = 4$  と  $2 \times 2 = 4$  とは、同じ元を対応させているので、写像としては同じであるが、函手としては異なる種類に属するものである。函手概念は、写像という集合論的概念を超え、より関数概念の本質に迫るものであり、関数の機能的側面を表現するという点において、動を内に秘める静であると言うことができる。函手概念には動と静の二面性があるのである。実際、カルナップの函手概念は、後にアイレンバークとマックレーンによって、圏 (category) 論における函手概念に発展する。現に、マックレーンの 1998 年の文献 (*Categories for the Working Mathematician*) は、「函手」という言葉がカルナップの『言語の論理的構文論』 (*Logische Syntax der Sprache*) に由来するものであることを、明記しているのである。そして、前層の全体と準同型について、前層の圏が構成され、層の全体もまた、圏を作るので、層理論と圏論とは、相関関係にあるのである。

本論文では、1925年の論文「空間特性の時間特性への依存について」 (*Über die Abhängigkeit der Eigenschaften des Raumes von denen der Zeit*) と 1954年の『記号論理学入門、その応用への個別の考慮と共に』 (*Einführung in die symbolische Logik, mit besonderer Berücksichtigung ihrer Anwendungen*) における時空関係が、終局的には層理論の函手概念に還元できることを、多様体上の層の函手と、層・圏・トポスを用いる層意味論の函手を用いて、二種の論点で初めて二通り、厳密には三段重ねに解釈する。カルナップの時空論におけ

る函手を層理論における函手として再構成すると、カルナップの構築する時空が、より「一般化された宇宙」として立ち現れる様子を、観察することができるのである。

また本論文の趣旨は、カルナップが空間を考察して、それを論理的言語で表現するにあたり、静的な集合論的世界を超えた、動的な函手概念を用いる、より一般化された世界を構成したという点が、空間を考察する学問、即ち幾何学における、函手であるホモロジー概念の発展、並びにホモロジーを表現する言語としての圏、函手、層、トポスの概念の発展と重なり合い、静的な集合論的世界を超えた、より一般化された思索空間を作るという目的においては、ほぼ一致しているという事実を、初めて明らかにすることでもある。異なる時と場所において、カルナップの空間構築と後世の幾何学的世界とが、ポアンカレのホモロジー論とカルナップの作成した函手という概念を通じて、動的な「一般化された宇宙」を構成するという同一の目的の下に結合することを初めて示すものである。リーマンやポアンカレの幾何学を論理的言語で表現しようとしたカルナップが、函手概念を初めて導入し、それが後世に、ホモロジー代数を表現する圏と函手の言語、そして層の函手として蘇生したという事実は、今まで隠されていた事実であり、だからこそ意義深い事実である。大切なことは、カルナップの生み出した函手という概念自体の奥に秘められた価値を、闇から光に導き出すことであり、今まで誰も気付かなかったカルナップの函手概念の隠れた意義を書き記すことが、本論文の趣旨なのである。本論文は、カルナップの書いた過去の遠い書物に埋もれていた函手概念の秘めたる意義を捉え、それが層・圏・トポスという新たな時と場所に蘇生する様子を、初めて二通り、厳密には三段重ねの解釈で明るみにするものである。

論文「カルナップの空間構築における七種の円環」に関して。諸対象の集合とその対象間の諸関係を規定する諸規則によって定まるカルナップの空間構築に、七種の円環があることを、本論文にて初めて示す。本論文のために、ドイツ語文献六部、フランス語文献四部を熟読した。その十部の内の七部は原典のみであり、英訳はない。その七部の中の『物理学的概念形成』(*Physikalische Begriffsbildung*)は、執筆当時、私が調べた限りにおいては、日本では東洋大学に一冊あるのみの貴重書である。第一の円環は、『世界の論理的構築』(*Der Logische Aufbau der Welt*)中に類似円環(Ähnlichkeitskreis)として書かれているが、後の六種の円環は、本論文以前は未発見であり、未だ白日の下にさらされていない。第二の円環は、有限でありながら無限を包摂する、即ち、一が多を包摂し、多が一を包摂する、相互の包含の継起であり、第三の円環は、静でありながら動を内に秘める、関係相互の動的な同形変換によるものであり、第四の円環は、世界を取り込んで、終わりなく回転し、第五の円環は、無限に

存在する同心円的・点近傍であり、第六の円環は、同心円的な無限の言語領域であり、第七の円環は、不動点定理に基づいて動く円環である。

カルナップのように、書物によって空間を構築しようとする者にとって、彼の書物が有限であるという事実は、耐え難い事実であろうと推察される。なぜならば、彼の書物が尽きる極限に、彼の空間構築も尽きるからである。無限に続く書物が存在しないとしても、自身の書物は遠く尽きることのない無限を包摂するものでなければならない、というのが創造者の意志であると考えられる。加えて、不動の構造、固定化された構造は、時間が埃を堆積させるが故に、古びてゆく。遠く尽きることのない生命を持つ真の空間構築は、無限を内包すると共に、動を内に秘める静でなければならない。七種の円環は、世界の無数の流動的要素を円融し、終わりなく転換し続ける。

論文「カルナップの言語構築における第三の無限の知恵の樹」に関して。言語の論理的構文論』や『世界の論理的構築』等、カルナップの様々な言語的空間的構築全般には、三種類の隠れた無限の知恵の樹があるという事実を、本論文にて初めて指摘する。カルナップ自身は無限の知恵の樹を明記している訳ではなく、知恵の樹という言葉さえも使用していない。本論文にて初めて、三種の無限の知恵の樹が表現されるのである。特に第三の無限の知恵の樹は、樹木構造を持つというよりは、正確には無限に分岐する樹状の束構造を持つものであるが、それはカルナップの諸文献には全く記されていないため、本論文にて初めて明確に構成する必要がある。新しく構築される第三の無限の樹状体系は、体系の形式性故に中空性を持つ、無数の理論を包摂し得る思索空間の理論である。カルナップの諸文献における諸体系は、死んで動かぬものと一般には思われているが、よく見ると、その樹状の体系は、実は流動し転変し続けている。カルナップの体系は、存在の問題については中立の立場を取っているため、その樹状体系は、存在や非存在を超えた中立の状態、因となり果となって、ただ転変と分岐を繰り返すのである。カルナップの樹状体系は変幻自在であり、虚空がすべてを内包し得るように、中空性を持つ形式的な象徴体系は、無数の理論を包摂し得るものであるということを、本論文にて初めて、圏、函手、トポイ、束論の半順序関係、束演算等を用いて示す。カルナップの初期の著作における空間論、時空論が、彼の後の象徴体系の構築を基礎付けているというよりはむしろ、彼の象徴体系構築そのものが、無数の理論を包摂する思索空間の理論、即ち彼特有の空間論に他ならないのであると私は考える。

私は『言語の論理的構文論』を二回熟読し、『言語の論理的構文論』の第一部から第三部までについては、パソコンでA4用紙に87頁に亘る要約を、第四部「一般構文論」については、手書きでルーズリーフに128頁に亘る要約を、論文作成のための資料として、2004年9月から2005年1月にかけて書

いた。本論文の第一節は、その要約、その中でも主に第四部「一般構文論」の128頁に亘る要約を、更に圧縮し、本論文にて三種類の無限の知恵の樹を初めて構成するための、解釈の前提となるカルナップの基本文献として、あくまでも原典に忠実に再現し、提示するものである。

論文「カルナップの空間論の無限次元化と量子化——フレアーホモロジーを用いて」は、カルナップの空間論が、フレアーホモロジー、即ち無限次元のホモロジーに基づいて、無限次元に拡張し得るものであり、且つ量子化できるものであることを、初めて示すものである。本論文は論文「カルナップの時空論における函手概念——層理論による三段の解釈」の続編に当たるものであり、二論文とも、ホモロジー的手法を用いるという点で、一貫した流れの下にある。本論文の副題にあるフレアーホモロジーとは、 $\infty/2$ 次元のホモロジー論であり、真に無限次元的な不変量である。カルナップの空間的言語的構築が隠れた無限を包摂するという事実は、既に論文『言語の論理的構文論』における無限と構成主義」、論文「カルナップの空間構築における七種の円環」、論文「カルナップの言語構築における第三の無限の知恵の樹」において詳述している。本論文にてカルナップの空間論を、極めて大きな可能性を秘めた無限次元のホモロジーの手法を用いて表現することは、今まで全く試みられなかったことであり、集合論的世界を超えたより一般的な世界を構成するという、カルナップと現代幾何の共通の目的にも資するものと私は考える。本論文のために、『シンプレクティック幾何学』と『ゲージ理論とトポロジー』とを、それぞれ二回読了した。本論文にて、カルナップの一次元の諸関係に基づく、函手によって記述される位相的空間は、多様体に、位相的規定としてモース理論、計量的規定としてリーマン計量を与え、位相的場の理論としてのウィッテン複体を構成すること、また一次元のグラフによって位相的場の理論を構成することに対応し、それは $A^\infty$ 函手を持つ $A^\infty$ 圏によって記述でき、更にそれは無限次元のモース理論に拡張され、更に量子化し得ることが示される。本論文は、カルナップの空間概念の、無限次元のホモロジーの手法による、初めての能う限りの一般化を狙うものである。

以上の六通の論文にて私が構成する空間論は、星や虚空をつかむための理論であり、記号と規則とから成る、無限を包含する純粹性の城を現出させることが、その目的である。